

3.1 Prozessbezogener Kompetenzbereich

Modellieren

Hinweise zum Modellieren

Das Modellieren ist Bindeglied zwischen Umwelt und Mathematik. Im Mathematikunterricht sind der Lebensweltbezug des Fachs und die Relevanz mathematischer Modelle für die Beschreibung der Umwelt sowie die Konstruktion technischer Produkte deutlich herauszustellen und aufzuzeigen.

Das mathematische Modellieren umfasst das Strukturieren, Vereinfachen und Übersetzen eines Problems aus der Umwelt in eine mathematische Struktur (Mathematisieren), das Bearbeiten des Problems innerhalb der mathematischen Struktur (im Modell arbeiten), das Übertragen der Lösung auf das reale Problem (Interpretieren) und das Prüfen der Angemessenheit dieser Lösung für das ursprüngliche Problem (Validieren).

Jeder Unterricht, der einen Umweltbezug aufweist, bietet Anlässe zum Modellieren. Bereits beim Übersetzen einer Einkaufssituation in eine Addition mehrerer Summanden handelt es sich um einen Modellierungsprozess. Werden Aufgaben als Teil des Modellierungskreislaufs gesehen, eröffnen sich Anschlussmöglichkeiten an Nachbarschritte. Im Verlauf des Unterrichts entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit zu erkennen, welche mathematischen Modelle zweckmäßig sind und welche Möglichkeiten und Grenzen mit diesen Modellen verbunden sind.

Offene und komplexe Problemstellungen sind selbstdifferenzierend, weil sie mehrere Zugangswege bieten und damit den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen gerecht werden. Um- und Irrwege sind sowohl Teil des Modellierungs- als auch Teil des Problemlöseprozesses.

12

| | Ende Schuljahrgang 2 | zusätzlich Ende Schuljahrgang 4 |
|---|--|---|
| Kernkompetenzen | Erwartungen | Erwartungen |
| Schülerinnen und Schüler – | Schülerinnen und Schüler – | Schülerinnen und Schüler – |
| stellen zu einfachen Rechengeschichten und Sachsituationen Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln beantworten lassen | → entnehmen Rechengeschichten Informationen → formulieren nahe liegende Fragen zu Rechengeschichten | → entnehmen Alltagssituationen und einfachen Texten Informationen → formulieren nahe liegende Fragen zu Alltagssituationen |
| verbinden Realsituationen mit bekannten mathematischen Modellen | → können bekannte Modelle einer Situation zuordnen → können bekannten Modellen eine Rechengeschichte zuordnen | → wählen bekannte Modelle nach Vorgabe aus → können bekannten Modellen eine Alltagssituation zuordnen |
| arbeiten im Modell | → lösen Aufgaben mit Hilfe vorgegebener bekannter Modelle | → lösen Aufgaben unter Anwendung bekannter mathematischer Modelle |
| prüfen das Ergebnis und das Modell auf die Realsituation | | → prüfen die Plausibilität ihrer Lösung (z.B. Bezug zu Größenvorstellungen) |

| | Ende Schuljahrgang 6 | zusätzlich Ende Schuljahrgang 8 | zusätzlich Ende Schuljahrgang 9 |
|--|--|---|--|
| Kernkompetenzen | Erwartungen | Erwartungen | Erwartungen |
| Schülerinnen und Schüler – | Schülerinnen und Schüler – | Schülerinnen und Schüler – | Schülerinnen und Schüler – |
| stellen zu Sachsituationen Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln bearbeiten lassen | → entnehmen Informationen aus vertrauten Alltagssituationen und einfachen Texten → formulieren nahe liegende Fragen zu vertrauten Situationen | → formulieren Fragen zu unterschiedlichen Aspekten von Situationen | → entnehmen Informationen aus komplexen, nicht vertrauten Situationen |
| verbinden Realsituationen mit mathematischen Modellen | → strukturieren Daten → wählen nahe liegende Modelle → nennen zu bekannten mathematischen Modellen Alltagssituationen | → strukturieren Zusammenhänge → wählen Modelle und begründen ihre Wahl | → nähern sich der Realsituation durch Verknüpfung mehrerer Modelle genauer an |
| arbeiten im Modell | → lösen Aufgaben unter Anwendung mathematischer Modelle | | → nutzen zur Lösung einer komplexen Aufgabe mehrere Modelle und verknüpfen sie |
| beurteilen das Ergebnis und das Modell in Bezug auf die Realsituation | → prüfen die Plausibilität der Lösung → wählen ggf. ein anderes Modell | | |

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

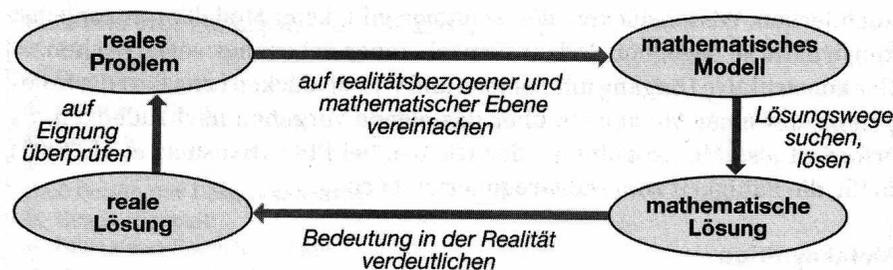


Abbildung aus Maaß, Katja: Mathematisches Modellieren, Berlin 2007, S. 30

Modellierungsaufgaben können in der Förderschule Lernen dazu beitragen, Sachrechnenkompetenzen zu erwerben.

Im Modellierungsprozess übertragen die Schülerinnen und Schüler eine Sachsituation in ein mathematisches Modell (Mathematisieren), bearbeiten diese mit Hilfe des verfügbaren Wissens und Könnens (Problemlösen, Arbeiten im Modell) und interpretieren die gefundene Lösung in Bezug auf Plausibilität und Ausgangslage (Interpretieren).

Der Kompetenzerwerb zum Lösen offener Aufgabenstellungen, die Modellierungen erfordern, muss begleitet werden. Grundlagen wie z.B. Rechenkompetenzen oder Größenvorstellungen werden in den inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen erarbeitet. Um die Schülerinnen und Schüler an Modellierungsaufgaben heranzuführen, ist es sinnvoll, Teilaufgaben isoliert zu üben, um auf diese Weise Teilkompetenzen aufzubauen.

Alle Aufgaben, die einen Umweltbezug aufweisen, sind geeignet, Teilschritte des Modellierungskreislaufs zu üben. Erste Aufgaben ergeben sich schon aus einfachen Einkaufssituationen, weil sich hier viele Sachsituationen aus der Struktur ergeben (gekaufte Ware – Einzelpreis, Gesamtpreis oder gegebenes Geld – Preis – Rückgeld). Im Unterricht sollten Aufgabenstellungen gewählt werden, die gezielt Teilschritte in den Vordergrund stellen. Weiterhin sollten Bearbeitungshilfen im Unterricht thematisiert werden, da diese die Auswahl eines geeigneten mathematischen Modells bzw. die Schaffung eines Situationsmodells unterstützen.

Bearbeitungshilfen lassen sich wie folgt unterscheiden:

- Bearbeitungshilfen zum Textverständnis – Text gemeinsam lesen – Begriffe klären – wichtige Textstellen/Stichworte unterstreichen – Zusammenhänge klären – einen Sachverhalt mit eigenen Worten wiedergeben – Gliedern des Textes und Fragen stellen usw.
- Konkrete Bearbeitungshilfen – Nachspielen/Rollenspiele – Darstellen mit Material usw.
- Grafische Bearbeitungshilfen – Situationsskizzen – Diagramme – Tabellen usw.

Im folgenden Abschnitt werden die Teilkompetenzen zum Mathematisieren, Arbeiten im Modell und Interpretieren aufgezeigt und jeweils durch Hinweise zu möglichen Übungsformen und Aufgabenstellungen ergänzt.

| | Kernkompetenzen und weitere Aufgliederung Schülerinnen und Schüler – | Hinweise und mögliche Übungsformen/Aufgabenstellungen Schülerinnen und Schüler – |
|---------------------------|---|---|
| Mathematisieren | <ul style="list-style-type: none"> • verstehen die Sachsituation, einen Text oder eine Darstellung und entnehmen relevante Informationen. • stellen zu Sachsituationen Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln bearbeiten lassen, <ul style="list-style-type: none"> - verstehen den Text, die Sachsituation, eine Darstellung, - entnehmen einem Text und anderen Darstellungen relevante Informationen, - formulieren Fragen zur Sachsituation. • verbinden die Realsituation mit mathematischen Modellen, <ul style="list-style-type: none"> - wählen ein geeignetes Modell, bzw. erfassen Situationen mit mathematischen Mitteln (z.B. eine Rechenaufgabe aufschreiben). | <ul style="list-style-type: none"> - formulieren mögliche Fragen zu einem Text oder Sachverhalt, - ordnen Sachsituationen entsprechende Rechenoperationen zu, - erzählen zu einer Gleichung, einem Term eine Rechengeschichte, - ordnen Fragen und Antworten einander zu, - zeichnen eine Skizze, - erstellen Sachaufgaben (nach Angaben, zu einer Geschichte, einem Bild, ...), - wählen aus verschiedenen Darstellungen die passende aus, - gewinnen Daten (Zählen, Schätzen, Messen) oder beschaffen sich notwendige Informationen (Internet, Bücher, ...), - strukturieren Daten (siehe "Daten und Zufall"). |
| Arbeiten im Modell | <ul style="list-style-type: none"> • lösen Aufgaben unter Verwendung mathematischer Modelle. | <ul style="list-style-type: none"> - wählen geeignete bekannte Modelle, <p><u>Hinweis:</u> Grundlagen werden z.B. bei Zahlen und Operationen oder beim Rechnen mit Größen erarbeitet. Das Arbeiten im Modell kann – je nach Lernvoraussetzung – hohe Anforderungen stellen und Problemlösefähigkeiten verlangen (siehe "Problemlösen").</p> |
| Interpretieren | <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren das Ergebnis und das Modell in Bezug auf die Realsituation <ul style="list-style-type: none"> - prüfen das Ergebnis in Bezug zur Ausgangsfrage (z.B.: Wird die Frage damit beantwortet?), - prüfen die Plausibilität der Lösung (z.B.: Überprüfen durch Überschlagen). | <ul style="list-style-type: none"> - ordnen Fragen und mögliche Antworten einander zu, - ordnen Fragen und mögliche Ergebnisse, die sie durch Überschlagen und Schätzen finden, einander zu. <p><u>Ziel:</u> Fehler beim Rechnen oder der Auswahl des Modells sollen erkannt werden.</p> |

Beispiele:

Stelle Fragen zum Text. Überlege, welche Fragen du beantworten kannst

Katrin hat 24 Fußballbilder gesammelt. Ihre ältere Schwester Jana schenkt ihr die Hälfte ihrer Bilder. Katrin hat jetzt 40 Fußballbilder.

- Welche Fußballbilder sammeln sie?
- Wie alt ist Katrin?
- Wie viele Fußballbilder hatte Katrin am Anfang?
- Wie viele Fußballbilder hatte Jana vorher?
- ...

Welche Rechenaufgabe passt zur Frage?

Svenja hat 17 Marmeln. Sie hat 5 mehr als Jan.

Wie viele Marmeln hat Jan?

17 – 5 oder 17 + 5

Ernie und Bert haben zusammen 9 Kekse. Ernie hat 7 Kekse.

Wie viele Kekse hat Bert?

9 + 7 = ___ / 9 – 7 = ___ / 7 + 9 = ___ / 7 + ___ = 9 / 9 – ___ = 7

Erfinde eine Sachaufgabe/erzähle eine Rechengeschichte.

Gegeben: **Paul wiegt 5 kg mehr als Kevin.**

- Beispiele:
- Kevin wiegt 40 kg. Wie viel wiegt Paul?
 - Paul wiegt 35 kg. Wie viel wiegt Kevin?

Kompetenzen und Hinweise

Die Schülerinnen und Schüler –

- formulieren Fragen zur Sachsituation,
- unterscheiden Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln beantworten lassen, von anderen Fragen,
- notieren eine Gleichung/Rechenaufgabe zu der Sachsituation und überprüfen ihr Ergebnis.

Hinweise:

Einige Fragen können nicht beantwortet werden, weil notwendige Informationen fehlen. Andere können mathematisch berechnet oder aus dem Text abgelesen werden. Je nach Voraussetzung erfordern diese Aufgaben bei der Wahl eines Modells oder der innermathematischen Lösung Modellierungs- oder Problemlösekompetenzen.

- sollen die Sachsituation verstehen (als Hilfe z.B. mit Material nachstellen) und eine Rechenoperation oder Gleichung zuordnen.

Hinweis: Auch Rechenoperationen, bei denen die Veränderung unbekannt ist ($7 + x = 9 / 9 - x = 7$), müssen bekannt sein.

- erfinden Aufgaben oder Rechengeschichten zu bestimmten Vorgaben,

Hinweis Aufgabe: Voraussetzung für das Formulieren realistischer Sachaufgaben sind gesicherte Größenvorstellungen. Umgekehrt können Ergebnisse aufgrund der erarbeiteten Größenvorstellungen auf Plausibilität überprüft werden.

„Kapitänsaufgaben“ bearbeiten.

Auf einem Schiff sind 36 Schafe. 10 Schafe fallen ins Wasser.

Wie alt ist der Kapitän? (Schülerlösung: $36 - 10 = 26$ Jahre)

In einer Klasse sind 5 Jungen und 7 Mädchen.

Wie alt ist die Lehrerin?

Ein 27 Jahre alter Hirte hat 25 Schafe und 10 Ziegen.

Wie alt ist der Hirte?

Die Aufgabe ist eine Variation. Obwohl man die Frage aus dem Sachzusammenhang beantworten kann, wird häufig das Alter errechnet.

- entnehmen einem Text relevante Informationen und erkennen, dass zur Lösung relevante Informationen fehlen.

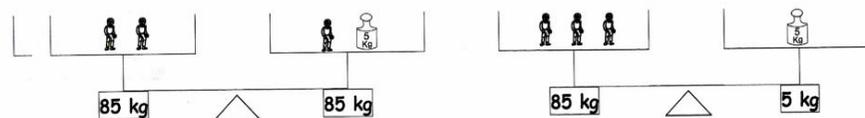
Hinweise:

Die gestellte Frage kann nicht beantwortet werden, weil relevante Informationen fehlen. Schülerinnen und Schüler finden – genauso wie bei „eingekleideten Sachaufgaben“ – trotzdem eine Lösung, weil sie von Schlüsselwörtern (zusammen, weniger, ...) auf Rechenoperationen schließen.

Man kann „Kapitänsaufgaben“ nutzen, indem man sie verändert, notwendige Informationen ergänzt oder sinnvolle Fragen formuliert. Auf diese Weise rückt die Bedeutung des Sachzusammenhangs in den Vordergrund.

Karl und Jan wiegen zusammen 85 kg. Paul wiegt mit seiner Schultasche genau so viel. Die Schultasche wiegt 5 kg.

Welche Skizze passt zu der Aufgabe?



Man kann solche Aufgaben erweitern, indem man die Entscheidung begründen oder weitere Aufgaben formulieren oder finden lässt.

- Wie viel wiegt Paul?
- Wie viel wiegen die beiden jeweils? Gib verschiedene Möglichkeiten an. Lösungen müssen mit realistischen Größenvorstellungen abgeglichen werden.

- ordnen einer Darstellung eine Sachsituation zu und umgekehrt,

Hinweis: Hier soll einer Darstellung eine Aufgabe zugeordnet werden. Die Darstellung kann bildlich (z.B. eine Skizze) oder symbolisch (z.B. eine Rechenoperation) sein.

Ziel ist, dass Skizzen als Hilfe zur Veranschaulichung der Lösung/des Lösungswegs erkannt und später auch selbst angewendet werden, weil sie helfen, die Sachsituation zu verstehen und ein mathematisches Modell aufzustellen. Thematisiert werden kann auch die Lösung über eine Gleichung (vgl. "Darstellen").

Es hat sich ein 3 km langer Stau gebildet.

Wie viele Fahrzeuge stehen in dem Stau?

Hinweis: Es gibt – wie bei vielen Modellierungsaufgaben – keine eindeutige Lösung. Annahmen (z.B. Fahrzeuglängen) müssen getroffen/ermittelt und Lösungswege besprochen werden.

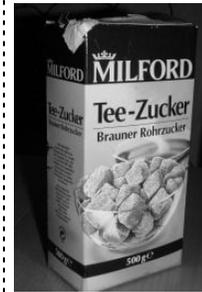
Ein Sandkasten soll gefüllt werden.

Herr Meyer schätzt, dass ca. $1,5 \text{ m}^3$ Sand benötigt werden.

a) Stimmt die Schätzung? Begründe deine Entscheidung.



Innenmaße:
Länge: 1,50 m
Breite: 1,25 m
Höhe: 50 cm



Die Verpackung für braunen Kandis-Zucker hat folgende Maße:

Länge: $a = 7,5 \text{ cm}$

Breite: $b = 6 \text{ cm}$

Höhe: $h = 12 \text{ cm}$

Die Firma wählt eine neue Verpackung.

Die Grundfläche der neuen Packung soll quadratisch

sein und eine Kantenlänge von 6 cm haben.

Das Volumen soll sich nicht verändern.

Welche Höhe hat die neue Verpackung?

Weitere Beispiele siehe "Größen und Messen" (Schätzen Teppichgröße/Größe eines Teichs) und "Kommunizieren" (Fermi-Aufgaben¹).

¹ Fermi-Aufgaben beinhalten Probleme, für deren rechnerische Lösung nur unzureichende numerische Informationen gegeben sind (vgl. "Modellieren")



Mathematik – Materialien für einen kompetenzorientierten Unterricht Förderschwerpunkt Lernen Schuljahrgänge 1 - 9

Hinweise zum langfristigen Umgang mit pandemiebedingten Lernrückständen

Die besonderen Umstände in den Schuljahren 2019/20 und 2020/21 erfordern eine langfristige Strategie zur Sicherstellung zentraler Grundvorstellungen und Basiskompetenzen. Um die damit verbundene Fokussierung auf besonders relevante Kompetenzen und Inhalte zu ermöglichen, sind in den oben genannten Materialien einige Kompetenzen als optional gekennzeichnet. Für die gelb unterlegten Kompetenzen wird empfohlen, auf deren Thematisierung im Unterricht zugunsten der angestrebten Fokussierung zu verzichten. Falls darüber hinaus zeitliche Freiräume für die Sicherstellung zentraler Grundvorstellungen und Basiskompetenzen benötigt werden, kann auch auf die Thematisierung der blau unterlegten Kompetenzen verzichtet werden.

Die Dauer der Gültigkeit der Kennzeichnungen ergibt sich aus der folgenden Tabelle.

| Gültigkeit der Kennzeichnungen | 2019/20 | 2020/21 | 2021/22 | 2022/23 | 2023/24 | 2024/25 |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Schuljahrgang 5/6 | ja | ja | ja | nein* | nein* | nein |
| Schuljahrgang 7/8 | ja | ja | ja | ja | ja | nein |
| Schuljahrgang 9/10 | ja | ja | ja | ja | ja | nein* |

*Zu gegebener Zeit wird geprüft, ob die Gültigkeit der Kennzeichnungen ausgeweitet wird.

Die Gültigkeit für bereits vergangene Schuljahre bedeutet, dass farbig gekennzeichnete Kompetenzen, die nicht erworben werden konnten, nur dann nachträglich erworben werden müssen, wenn sie zu einem späteren Zeitpunkt eine Lernvoraussetzung bilden.

Zusätzlich zu diesen Hinweisen finden Sie an ausgewählten Stellen **Detailhinweise**. Diese greifen die Hinweise des Niedersächsischen Kultusministeriums für das Schuljahr 2020/21 vom 7. August 2020 in der Broschüre „Umgang mit coronabedingten Lernrückständen“ auf und konkretisieren sie.

Die Detailhinweise dienen im Wesentlichen dazu

- Zentrale Grundvorstellungen und Basiskompetenzen zu betonen,
- Synergieeffekte durch Verknüpfen von Inhalten aufzuzeigen,
- Möglichkeiten für exemplarisches Lernen darzulegen und
- Optionen für Priorisierungen und Straffungen vorzuschlagen, damit die Fachgruppen die Tiefe der Bearbeitung festlegen können.

In den Hinweisen zu den Kompetenzbereichen werden die jeweiligen Grundvorstellungen und Basiskompetenzen beschrieben. Möglichkeiten zur Reduktion und Fokussierung sind dabei durch grüne Markierungen besonders hervorgehoben.

Detailhinweise zu den einzelnen Kompetenzbereichen finden sich in den Kapiteln 3.1 und 3.2.

Trotz der Priorisierung des Faches Mathematik im Primarbereich ist auch zu Beginn des Sekundarbereichs I gegebenenfalls damit zu rechnen, dass bestimmte Kompetenzen nicht erworben wurden. Dies betrifft insbesondere die Kompetenzbereiche „Raum und Form“, „Messen“ und „Daten und Zufall“ (vgl. Seite 3 in der Broschüre [„Umgang mit coronabedingten Lernrückständen“](#)).

Aufgrund unterschiedlicher Rahmenbedingungen kann es in verschiedenen Lerngruppen zu unterschiedlichem Umgang mit coronabedingten Lernrückständen gekommen sein. Eine sorgfältige Dokumentation der Priorisierungen und Reduktionen insbesondere beim Wechsel der Fachlehrkraft ist daher von Bedeutung. Die Fachkonferenzen treffen entsprechende Absprachen.

1 Bildungsbeitrag des Fachs Mathematik

Mathematische Bildung soll dazu beitragen, dass Schülerinnen und Schüler kompetent und verantwortungsvoll sich selbst und anderen gegenüber handeln. Der Mathematikunterricht im Förderschwerpunkt Lernen trägt unter Berücksichtigung nachfolgender Aufgaben zur Bildung junger Menschen bei.

Befähigung zur praktischen Lebensbewältigung

Mathematik verbirgt sich in vielen Phänomenen der uns umgebenden Welt. Die Schülerinnen und Schüler erfahren Mathematik als nützliches Werkzeug mit vielfältigen Anwendungen im beruflichen und privaten Bereich. Sie bietet ihnen Orientierung in einer durch Technik und Ökonomie geprägten Welt und ermöglicht dadurch die aktive Teilnahme am gesellschaftlichen Leben.

Befähigung zur Weltorientierung und zur Wahrnehmung der Mathematik als Kulturgut

Die Mathematik und ihre Art der Erkenntnisgewinnung sind eine historisch gewachsene kulturelle Er rungenschaft. Mathematische Begriffe und Methoden entwickelten sich an Fragestellungen und Problemen, die auch an gesellschaftliche und praktische Bedingungen gebunden sind. Mathematik ist kein abgeschlossener Wissenskanon, sondern lebendiges und fantasievolles Handeln, das auf menschlicher Kreativität beruht.

Die Schülerinnen und Schüler erkennen die Mathematik als eine mächtige, aber auch begrenzte Möglichkeit der Weltwahrnehmung, Beschreibung der Umwelt und Erkenntnisgewinnung.

Die Universalität der Mathematik und ihre Bedeutung für die Gesamtkultur können anhand zentraler Ideen exemplarisch erfahrbar gemacht werden. Die Inhaltsbereiche „Zahlen und Operationen“, „Raum und Form“, „Funktionaler Zusammenhang“, „Größen und Messen“ und „Daten und Zufall“ sind solche Schnittstellen zwischen Mathematik und übriger Kultur.

Befähigung zum rationalen Handeln und zum kritischen Vernunftgebrauch

Der Mathematikunterricht fördert in einer diskursiven Unterrichtskultur die intellektuelle Entwicklung. Dieses geschieht u.a. durch das Erkunden von Zusammenhängen, das Entwickeln und Untersuchen von Strukturen, das Systematisieren und Verallgemeinern von Einzelfällen sowie das Begründen von Aussagen. Dadurch erweitern die Schülerinnen und Schüler ihren Wahrnehmungs- und Urteilshorizont sowie ihre Kritikfähigkeit und Urteilskompetenz.

Befähigung zum sozialen Handeln und eigenverantwortlichen Lernen

Der Mathematikunterricht leistet einen Beitrag zur Entwicklung der Person und zur Sozialkompetenz. Im Lernprozess übernehmen die Schülerinnen und Schüler Verantwortung für sich und andere und entwickeln Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten. Der Entwicklung selbständigen Arbeitens und eigenverantwortlichen Lernens kommt im Unterricht eine besondere Bedeutung zu. Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit werden durch gemeinschaftliches Arbeiten an mathematischen Fragestellungen und Problemen gefördert.

2 Unterrichtsgestaltung im Fach Mathematik

Kompetenzentwicklung

Kompetenzen werden in einem länger andauernden Lernprozess aufgebaut. Es ist Aufgabe des Mathematikunterrichts, die Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler anzuregen, zu unterstützen, zu fördern und zu sichern. Lernen im Mathematikunterricht gelingt nicht in der passiven Übernahme dargebotener Informationen, sondern ist ein aktiver Prozess, in dem die Schülerinnen und Schüler das Unterrichtsangebot vor dem Hintergrund ihrer Wissensstruktur interpretieren und diese umstrukturieren und erweitern. Individuelle Lernwege und Ergebnisse müssen zugelassen und nutzbar gemacht werden.

Dem kumulativen Kompetenzaufbau kommt eine besondere Bedeutung zu. Einmal erworbene Kompetenzen müssen dauerhaft verfügbar gehalten werden, damit Weiterlernen gelingt. Dies kann dadurch erreicht werden, dass Lerninhalte durch geeignete Wiederholungen und Übungen unter immer neuen Gesichtspunkten dargeboten werden und früher erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten im Zusammenhang mit neuen Inhalten effizient wiederholt und vertieft werden. Kumulatives Lernen stützt die Lernmotivation durch Erleben von Kompetenzzuwachs. Bereits vorhandene und neu erworbene Kompetenzen werden vernetzt und die Basis für zukünftigen Kompetenzerwerb wird angelegt. Der im Sekundarbereich zu leistende Kompetenzaufbau schließt an den im Primarbereich begonnenen an.

Kooperation von Schülerinnen und Schülern

Kooperative Arbeitsformen ermöglichen nicht nur soziales, sondern auch ein vertieftes kognitives Lernen. Für den Aufbau flexibel anwendbarer Kompetenzen sind Partner-, Gruppen- und Projektarbeit unverzichtbare Arbeitsformen. Sie veranlassen dazu, Gedanken sprachlich zu fassen, zu argumentieren, andere Perspektiven einzunehmen und mit abweichenden Ansichten und Urteilen umzugehen. Die Bereitschaft zur gemeinsamen Arbeit wird gefördert. Durch erfolgreiche Arbeit wird Teamarbeit als hilfreich angesehen. Daher müssen die Aufgabenstellungen so angelegt sein, dass Kooperation sinnvoll wird und die Schülerinnen und Schüler durch die Zusammenarbeit für ihr Lernen profitieren.

Verantwortung für das eigene Lernen

Nennenswerte Erkenntnis- und Lernfortschritte erzielen die Schülerinnen und Schüler nur dann, wenn sie systematisch, konzentriert und ausdauernd vorgehen. Die Bereitschaft und die Fähigkeit, selbstverantwortlich und selbstreguliert zu lernen und dabei wirksame Strategien anzuwenden, müssen schrittweise entwickelt werden. Der Mathematikunterricht kann zur Entwicklung dieser Kompetenzen beitragen, indem den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit gegeben wird, eigenständig Lösungen zu erarbeiten, unterschiedliche Übungsformen zu erproben sowie ihr Lernen selbst zu strukturieren und zu überwachen. Lernen und Arbeiten müssen im Mathematikunterricht so organisiert und strukturiert werden, dass individuelle Lernprozesse wirkungsvoll und nachhaltig angelegt werden.

Umgang mit Fehlern

Um- und Irrwege sind Teil des Modellierungs- und Problemlöseprozesses.

Fehler sind natürliche Begleiterscheinungen des Lernens. Sie geben Einblicke in die Denkweisen von Schülerinnen und Schülern und sind Anlass zur Reflexion von Lösungsstrategien. Fehler müssen von allen am Unterricht Beteiligten akzeptiert und konstruktiv genutzt werden (siehe auch Leistungsfeststellung und -bewertung). Die Analyse individueller Fehler ermöglicht den Lehrenden Rückschlüsse hinsichtlich mathematischer Vorstellungen und Kompetenzen und ist damit wichtige Grundlage der sonderpädagogischen Förderplanung.

Individuelle Förderung

Auf der Grundlage der in den Materialien formulierten Erwartungen kann mit geeigneten Verfahren die Lernausgangslage der Schülerinnen und Schüler bestimmt werden. Die Kompetenzstandermittlung ist Voraussetzung, um den Unterricht auf die Lerngruppe abzustimmen und sowohl leistungsschwache als auch leistungsstarke Schülerinnen und Schüler kompetenzorientiert fördern zu können. Förderung sollte immer auf dem Vorhandenen aufbauen und nicht auf den Schwächen und Defiziten.

Ausgehend von einer Analyse der Lernausgangslage werden im individuellen Förderplan die konkreten Ziele und Maßnahmen fachlicher Förderung benannt und nach einem vorher definierten Zeitraum evaluiert.

Fördermaßnahmen sind immer prozessorientiert. Ihre Ergebnisse und Fortschreibung bestimmen die Auswahl von Lernangeboten sowie die Planung und Durchführung von differenzierendem und individualisierendem Unterricht. Ziel ist der Erwerb anschlussfähigen Wissens, um so den Schülerinnen und Schülern einen größtmöglichen Umfang schulischer, beruflicher und gesellschaftlicher Integration zu ermöglichen (siehe dazu: Sonderpädagogische Förderung, RdErl. d. MK. v. 1.2.2005)

Umgang mit Medien

In der Auseinandersetzung mit Medien im Unterricht eröffnen sich den Schülerinnen und Schülern erweiterte Möglichkeiten der Wahrnehmung, des Verstehens und Gestaltens. Eine bewusste Nutzung der Medienvielfalt erfordert Strategien der Informationssuche und Informationsprüfung wie das Erkennen und Formulieren des Informationsbedarfs, das Identifizieren und Nutzen unterschiedlicher Informationsquellen, das Identifizieren und Dokumentieren der Informationen sowie das Prüfen auf thematische Relevanz, sachliche Richtigkeit und Vollständigkeit. Derartige Strategien sind Elemente zur Erlangung übergreifender Methodenkompetenz.

Die Nutzung von Medien dient der fachspezifischen Informationsbeschaffung. Die Analyse mathemathaltiger Informationen aus Printmedien, dem Fernsehen und dem Internet fördert den kritisch-konstruktiven Umgang mit Kommunikationsmedien. Der gezielte Einsatz dieser Medien unterstützt den selbständigen Kompetenzaufbau. Elektronische Werkzeuge und Medien erweitern das mathematische Arbeiten, indem sie spezifische Möglichkeiten zum Lösen mathematischer Probleme, zur Gewinnung mathematischer Erkenntnisse und zur Darstellung mathematischer Sachverhalte bieten.

Rolle der Aufgaben

Im Mathematikunterricht nehmen Aufgaben eine zentrale Stellung ein. Über Aufgaben werden Lernprozesse gesteuert. An ihnen werden Kompetenzen aufgebaut, gesichert und überprüft.

Der nachfolgende Kommentar zu den prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen wird deshalb durch ausgewählte Aufgabenbeispiele konkretisiert.

Aufgaben werden in Lernsituationen genutzt, um

- die Lernausgangslage festzustellen,
- die Einführung neuer Begriffe und Verfahren vorzubereiten und durchzuführen,
- intelligente Übungsmöglichkeiten zum Wiederholen und Festigen bereitzustellen,
- mathemathikhaltige Probleme aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler aufzugreifen,
- den Erfolg des Kompetenzaufbaus zu ermitteln.

In Leistungssituationen nutzt man Aufgaben

- zur individuellen Leistungsfeststellung,
- zur Qualitätssicherung von Unterricht.

Die Entwicklung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen im Mathematikunterricht der Förderschule erfolgt häufig über die Bearbeitung von Aufgaben. Der Erwerb der prozessbezogenen Kompetenzen kann grundsätzlich an jedem Inhalt erfolgen. Dabei ist immer die Frage nach der Art der Behandlung im Unterricht zu stellen. Eine Aufgabe kann stark auf inhaltsbezogene Kompetenzen reduziert behandelt werden oder im Sinne differenzierter, individualisierter und prozessbezogener Kompetenzen offen bearbeitet werden, d.h. eine Aufgabe und die über sie zu fördernden Kompetenzen sind immer von der didaktisch-methodischen Aufbereitung im Unterricht abhängig. So können auch Aufgaben, die auf die Festigung einer inhaltsbezogenen Kompetenz ausgerichtet sind, durch Variationen, Ergänzungen und eine offenere Behandlung, die die individuellen Lernwege der Schülerinnen und Schüler herausfordert, zur Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen beitragen.

Wie sich Aufgaben in den Dienst des Kompetenzerwerbs stellen lassen, soll an einem Beispiel verdeutlicht werden:

$39 + 8 = \underline{\quad}$

$17 + 80 = \underline{\quad}$

a. Addiere!

$40 + 7 = \underline{\quad}$

$27 + 70 = \underline{\quad}$

b. Finde weitere Aufgaben zu den Päckchen!

$41 + 6 = \underline{\quad}$

$37 + 60 = \underline{\quad}$

c. Erfinde selbst solche Päckchen! Warum sind die Ergebnisse eines Päckchens immer gleich? Findest du Zusammenhänge zwischen den einzelnen Päckchen? Beschreibe und begründe!

Die Schülerinnen und Schüler ...

zu a: lösen diese Aufgabe durch Anwendung erworbener Fertigkeiten.

zu b: finden eine Regelmäßigkeit, ein Muster, also strukturelle Zusammenhänge zwischen den Aufgaben innerhalb eines Päckchens.

zu c: beschreiben und begründen die entdeckten Gesetzmäßigkeiten.

Die Bearbeitung der Teilaufgabe a) erfordert geringere kognitive Fähigkeiten als die der Teilaufgaben b) und c). Für den Kompetenzaufbau ist die angemessene Berücksichtigung unterschiedlicher kognitiver Anforderungsbereiche bedeutsam.

Für die Konstruktion von Aufgaben wird mit Bezug auf die länderübergreifenden Bildungsstandards auf drei Anforderungsbereiche zurückgegriffen:

| Anforderungsbereich I Reproduzieren | Anforderungsbereich II Zusammenhänge herstellen | Anforderungsbereich III Verallgemeinern und Reflektieren |
|---|---|---|
| Das Lösen der Aufgabe erfordert Grundwissen und das Ausführen von Routinetätigkeiten (Rechnen oder Konstruieren nach vorgegebenen Regeln) | Das Lösen der Aufgabe erfordert das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen. | Das Lösen der Aufgabe erfordert komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern Bei der Bearbeitung der Aufgaben muss ein Zusammenhang zwischen bereits erworbenen Kompetenzen hergestellt werden. |

Zum kontinuierlichen und ausgewogenen Kompetenzaufbau müssen sich die Schülerinnen und Schüler mit Aufgaben aller drei Anforderungsbereiche auseinandersetzen. Entscheidend für die Auswahl und die Entwicklung von Aufgaben ist der reichhaltige und ausgewogene Bezug zu den prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen.

Aufgaben der Anforderungsbereiche II und III, die prozessbezogene Kompetenzen effektiv fördern,

- sind authentisch von der Sache her, d.h. die Problemstellung hat eine inner- oder außer-mathematische Relevanz und fordert tatsächlich originäres mathematisches Denken,
- sind authentisch in Bezug zu den Lernenden, d.h. die Schülerinnen und Schüler nehmen die Problemstellung tatsächlich an und lassen sich auf sie ein,
- stellen das Mathematisieren und das Finden angemessener Lösungswege ins Zentrum und nicht das Rechnen und Abarbeiten von Rechenschritten mit vorgegebener Reihenfolge,
- sind auf die Diskussion und Reflexion unterschiedlicher Lösungen und unterschiedlicher Lösungswege angelegt und damit nicht nur ergebnisorientiert,
- fordern in einem weiter gesteckten, aber klar begrenzten Rahmen selbständige Leistungen,
- haben Aufforderungscharakter und ermuntern zu unterschiedlichen Zugangsweisen wie Probieren, Experimentieren, Messen, Skizzieren, Zeichnen, Argumentieren, Analysieren, Darstellen etc.

Solche Aufgaben sind komplexer und reichhaltiger als die häufig verwendeten, meist auf eine Lösung und einen Lösungsweg zugeschnittenen Aufgaben. Sie führen nicht zu möglichst schnellen oder kurzen Lösungen, sondern geben den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit, Erfahrungen zu sammeln. Sie legen das Problem nicht gegliedert vor, sondern lassen Fallunterscheidungen, verschiedene Untersuchungen, Blickrichtungen, Herangehensweisen und Standpunkte zu bzw. provozieren diese.

Aufgaben, die prozessbezogene Kompetenzen fördern, tragen zum effektiven und nachhaltigen Aufbau und zur Sicherung inhaltsbezogener Kompetenzen bei.

Die zentrale Stellung prozessbezogener Kompetenzen

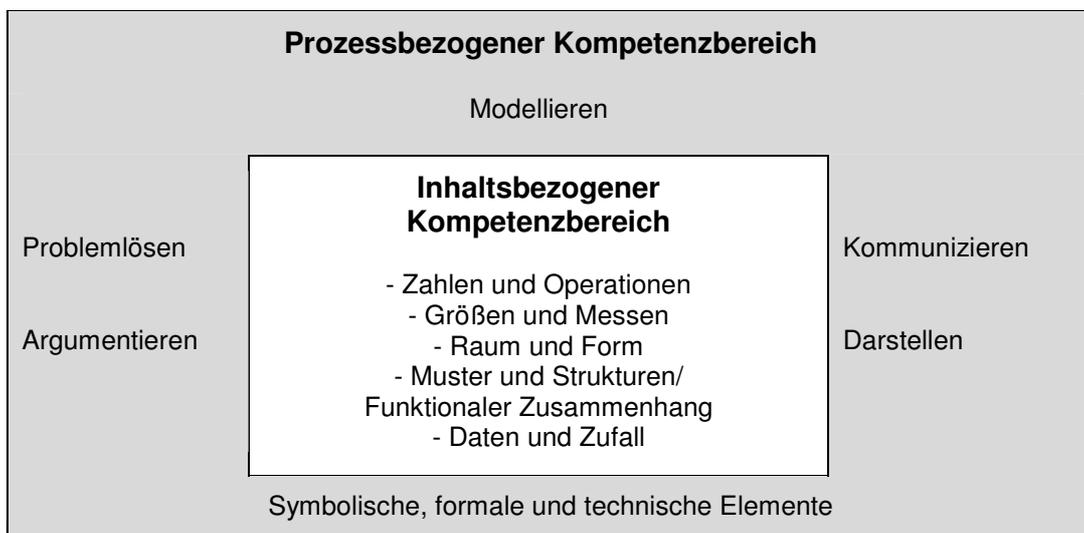
Aufgaben sollen zum Modellieren und Problemlösen anregen. Die Schülerinnen und Schüler müssen sach- und adressatenangemessen kommunizieren und argumentieren; sie müssen Darstellungen zur Präsentation ihrer Lösungswege und Ergebnisse erstellen und technische Hilfsmittel nutzen. Nicht das Rechnen steht im Mittelpunkt, sondern das Mathematisieren und das Finden angemessener Lösungswege.

Aufgaben können auch Kompetenzen aus mehreren inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen fördern. Es wird gemessen, es wird mit Zahlen und Größen operiert, es werden Daten erhoben und dargestellt und es werden funktionale Zusammenhänge angenommen.

Offene Aufgaben regen zu unterschiedlichen Lösungswegen an und beinhalten diverse Differenzierungsmöglichkeiten. Individuelle Lernwege und Ergebnisse sowie Um- und Irrwege werden zugelassen und nutzbar gemacht. Früher erworbene Kenntnisse werden systematisch mit neuen vernetzt. Dadurch, dass den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit gegeben wird, eigenständig Lösungen zu erarbeiten, wird der Aufbau von Verantwortung für das eigene Lernen gestärkt.

3 Erwartete Kompetenzen

Kompetenzbereiche:



Erläuterung zum Aufbau der Materialien

Das den Materialien zugrunde liegende Modell des Kompetenzerwerbs gliedert sich in prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzbereiche.

Jedem Kompetenzbereich sind Hinweise vorangestellt. Sie enthalten grundlegende Ideen des Kompetenzbereichs. Verknüpfungen mit den anderen Kompetenzbereichen werden dargestellt.

Jeder Kompetenzbereich wird durch eine begrenzte Anzahl an Kernkompetenzen beschrieben. Jede

Kernkompetenz wird durch die Formulierung von Erwartungen konkretisiert. Die Erwartungen sind in der Regel so dargestellt, dass sie über die Jahrgangsstufen hinweg (horizontal) einen systematischen, kumulativen Kompetenzaufbau abbilden. Sie beschreiben, über welche Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten Schülerinnen und Schüler am Ende einer Doppeljahrgangsstufe verfügen sollen.

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht veranschaulichen exemplarisch die unterrichtliche Umsetzung im Förderschwerpunkt Lernen. Unter Berücksichtigung individueller Förderbedürfnisse erwerben die Schülerinnen und Schülern tragfähige Kompetenzen und anschlussfähiges Wissen – auch im Hinblick auf weitere Bildungsabschlüsse.

Nachfolgende Beispielaufgaben bilden exemplarische Aufgabenformate ab.

Alle Schülerinnen und Schüler müssen die Möglichkeit erhalten, die in den Materialien ausgewiesenen Kompetenzen aufzubauen. Schülerinnen und Schüler mit einem Kompetenzstand unterhalb der Erwartungen werden ausgehend von ihrem Kompetenzstand gefördert. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, über den Erwartungen liegende inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen systematisch aufzubauen. Die Gliederung in Doppeljahrgangsstufen soll ein schnelleres Voranschreiten der Kompetenzentwicklung nicht beschränken.

Die Kompetenzerwartungen beschreiben die Regelanforderungen im Fach Mathematik für die entsprechenden Jahrgangsstufen und den Abschluss für den Förderschwerpunkt Lernen.